Talamidi.com تم تحميل هذا الملف من موقع

مسألة:

الجزء الأول:

لتكن f الدالة العددية المعرفة بما يلي.

$$\begin{cases} f(x)=Arc\tan\left(\sqrt[3]{2-x}-\sin\left(\sqrt[3]{2-x}\right)\right) & , \quad x\in]-\infty,2] \\ f(x)=Arc\tan\left(x-2-\sqrt{x^2-4}\right) & , \quad x\in]2,+\infty[\end{cases}$$

و (C_f) منحناها الممثل في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$

1 – a – أحسب النهايتين $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

b – استنتج الفروع اللانهائية للمنحنى (C_f)

c – أدرس اشتقاق الدالة f على يمين النقطة 2 ثم أول هندسيا النتيجة المحصل عليها

2 – نضع

$$(\forall x\in]-\infty,2])\qquad g(x)=\sqrt[3]{2-x}-\sin\left(\sqrt[3]{2-x}\right)$$

a – بين أن:

$$\forall x\in]-\infty,2[\,(\exists c_x\in]x,2[):\frac{3g(x)}{x-2}=-\left(\frac{1-\cos\left(\sqrt[3]{2-c_x}\right)}{\sqrt[3]{(2-c_x)^2}}\right)$$

b – استنتج $\lim\limits_{x\to2^-}\dfrac{f(x)}{x-2}$ ثم أول النتيجة المحصل عليها هندسيا

3 – a – أحسب $f'(x)$ على كل من المجالين $]2,+\infty[$ و $]-\infty,2[$

b – ضع جدولا لتغيرات الدالة f

4 – بين أن f تقابل من $\mathbb{R}$ نحو مجال J يجب تحديده

5– أنشئ في نفس المعلم المتعامد الممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ المنحنى (C_f) و $(C_{f^{-1}})$

(نأخذ $Arc\tan 2\approx 1{,}1$ و $\dfrac{\pi}{2}\approx 1{,}57$)

الجزء الثاني:

1– لتكن h الدالة العددية المعرفة بما يلي:

$$\forall x\in[1,+\infty[\qquad h(x)=2+\tan\left(f(x+2)\right)$$

a – بين أن:

$$(\forall x\in[1,+\infty[)\qquad \frac{2}{x+2}<h(x)<\frac{2}{x}$$

b – استنتج أن:

$$(\forall x\in[1,+\infty[)\qquad \frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}<h(x)<\frac{2}{x}$$

c – بين أن: $(\forall x\geq 0):\quad x-\sin x\geq 0$

2– نعتبر المتتاليتين العدديتين $(U_n)_{n\geq1}$ و $(V_n)_{n\geq1}$ المعرفتين كما يلي:

$$U_n=\sum_{k=1}^{n}h\left(\frac{n^2}{k}\right)=h\left(\frac{n^2}{1}\right)+h\left(\frac{n^2}{2}\right)+\cdots+h\left(\frac{n^2}{n}\right)$$

$$V_n=Arc\tan\left(\sqrt[3]{2+n}-\sin\left(\sqrt[3]{2+n}\right)\right)$$

a – بين أن : $\sum\limits_{k=1}^{n}k^2=\dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

b – بين أن :

$$\left(\frac{n+1}{n}\right)-\left(\frac{2(n+1)(2n+1)}{3n^3}\right)<U_n<\frac{n+1}{n}$$

c – استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty}U_n$

d – بين أن : $(\forall n\in\mathbb{N}^*)\qquad 0<V_n\leq\dfrac{\pi}{2}$

e – استنتج أن المتتالية $(V_n)_{n\geq1}$ متقاربة